# Разложение Холецкого

**Разложение Холецкого** — представление симметричной положительно-определённой [матрицы](file:///C:\wiki\%25D0%259C%25D0%25B0%25D1%2582%25D1%2580%25D0%25B8%25D1%2586%25D0%25B0_(%25D0%25BC%25D0%25B0%25D1%2582%25D0%25B5%25D0%25BC%25D0%25B0%25D1%2582%25D0%25B8%25D0%25BA%25D0%25B0)) *A* в виде *A* = *LLT*, где *L* — нижняя [треугольная матрица](file:///C:\wiki\%25D0%25A2%25D1%2580%25D0%25B5%25D1%2583%25D0%25B3%25D0%25BE%25D0%25BB%25D1%258C%25D0%25BD%25D0%25B0%25D1%258F_%25D0%25BC%25D0%25B0%25D1%2582%25D1%2580%25D0%25B8%25D1%2586%25D0%25B0) со строго положительными элементами на диагонали. Иногда разложение записывается в эквивалентной форме: *A* = *UTU*, где *U* = *LT* — верхняя треугольная матрица. Разложение Холецкого всегда существует и единственно для любой симметричной положительно-определённой матрицы.

Существует также обобщение этого разложения на случай комплекснозначных матриц. Если *A* — положительно-определённая [эрмитова матрица](file:///C:\wiki\%25D0%25AD%25D1%2580%25D0%25BC%25D0%25B8%25D1%2582%25D0%25BE%25D0%25B2%25D0%25B0_%25D0%25BC%25D0%25B0%25D1%2582%25D1%2580%25D0%25B8%25D1%2586%25D0%25B0), то существует разложение \! A = LL^*, где *L* — нижняя треугольная матрица с положительными действительными элементами на диагонали, а \! L^*— [эрмитово-сопряжённая](file:///C:\wiki\%25D0%25AD%25D1%2580%25D0%25BC%25D0%25B8%25D1%2582%25D0%25BE%25D0%25B2%25D0%25BE-%25D1%2581%25D0%25BE%25D0%25BF%25D1%2580%25D1%258F%25D0%25B6%25D1%2591%25D0%25BD%25D0%25BD%25D0%25B0%25D1%258F_%25D0%25BC%25D0%25B0%25D1%2582%25D1%2580%25D0%25B8%25D1%2586%25D0%25B0) к ней матрица.

## Алгоритм

Элементы матрицы *L* можно вычислить, начиная с верхнего левого угла матрицы, по формулам:

L_{ii} = \sqrt{A_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik}^2}

L_{ij} = \frac{1}{L_{jj}} \left(A_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik} L_{jk} \right), если *j* < *i*.

Выражение под корнем всегда положительно, если *A* — действительная положительно-определённая матрица.

Для комплекснозначных эрмитовых матриц используются формулы:

L_{ii} = \sqrt{ A_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik}L_{ik}^* }

L_{ij} = \frac{1}{L_{jj}} \left( A_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik} L_{jk}^* \right), если *j* < *i*.